

# **ESTUDOS PARA A LICITAÇÃO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO**

***Metodologia de Cálculo de Parâmetros  
Energéticos Médios:  
Rendimento e Perda Hidráulica***



Empresa de Pesquisa Energética

**Ministério de  
Minas e Energia**

GOVERNO FEDERAL  
**BRASIL**  
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA





GOVERNO FEDERAL  
MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA  
MME/SPE

**Ministério de Minas e Energia**

**Ministro**  
Edison Lobão

**Secretário Executivo do MME**

Márcio Pereira Zimmermann

**Secretário de Planejamento e Desenvolvimento Energético**

Altino Ventura Filho

**Secretário de Energia Elétrica**

Ildo Wilson Grüdtner

**Secretário Petróleo, Gás Natural e Combustíveis Renováveis**

Marco Antônio Martins de Almeida

**Secretário de Geologia, Mineração e Transformação Mineral**

Cláudio Scliar



Empresa de Pesquisa Energética

*Empresa pública, vinculada ao Ministério de Minas e Energia, instituída nos termos da Lei nº 10.847, de 15 de março de 2004, a EPE tem por finalidade prestar serviços na área de estudos e pesquisas destinadas a subsidiar o planejamento do setor energético, tais como energia elétrica, petróleo e gás natural e seus derivados, carvão mineral, fontes energéticas renováveis e eficiência energética, dentre outras.*

**Presidente**

Maurício Tiomno Tolmasquim

**Diretor de Estudos Econômico-Energéticos e Ambientais**

Amílcar Gonçalves Guerreiro

**Diretor de Estudos de Energia Elétrica**

José Carlos de Miranda Farias

**Diretor de Estudos de Petróleo, Gás e Biocombustíveis**

Elson Ronaldo Nunes

**Diretor de Gestão Corporativa**

Álvaro Henrique Matias Pereira

URL: <http://www.epe.gov.br/>

Quadra 1 – Bloco B – Sala 100-A  
70041-903 – Brasília - DF

**Escritório Central**

Av. Rio Branco, 01 – 11º Andar  
20090-003 - Rio de Janeiro – RJ

# ESTUDOS PARA A LICITAÇÃO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO

## *Metodologia de Cálculo de Parâmetros Energéticos Médios: Rendimento e Perda Hidráulica*

**Coordenação Geral**

Maurício Tiomno Tolmasquim  
José Carlos de Miranda Farias

**Coordenação Executiva**

Oduvaldo Barroso da Silva

**Equipe Técnica**

Angela Regina Livino de Carvalho  
Fernanda Gabriela Batista dos Santos  
Thais Iguchi  
Thiago Correa César

**Nº EPE-DEE-RE-037/2011-r2**

Data: 30 de abril de 2013

## Histórico de Revisões

Rev.	Data	Descrição
0	09/11/2011	Publicação Original
1	04/01/2012	<ul style="list-style-type: none"><li>• Operação não contínua nos períodos em que a disponibilidade hídrica é inferior ao mínimo para operação das turbinas;</li><li>• Possibilidade de inclusão de um valor de vazão mínima turbinável diferente do extraído automaticamente da tabela da curva-colina;</li><li>• Aplicação da restrição de potência máxima do gerador diretamente no problema de programação não linear;</li><li>• Generalização da função de perdas hidráulicas;</li><li>• Consideração dos índices TEIF e IP no cálculo de perdas hidráulicas sem curva colina da mesma forma que no cálculo com curva colina.</li></ul>
2	30/04/2012	<ul style="list-style-type: none"><li>• Incorporação do número de unidades despachadas na função de perdas;</li><li>• Correção na equação de cálculo de perda hidráulica média sem curva colina;</li><li>• Detalhamento do cálculo para dois conjuntos de máquinas.</li></ul>

## APRESENTAÇÃO

A presente Nota Técnica detalha a metodologia proposta pela EPE para o cálculo do rendimento médio do conjunto turbina-gerador e perda hidráulica média no circuito de geração. Estes parâmetros são adotados nos modelos energéticos, especificamente NEWAVE<sup>1</sup> e MSUI<sup>2</sup>. Considerando que a discretização adotada é mensal e os modelos consideram que estas variáveis são constantes para todo o período simulado, é importante modelar de forma adequada o parâmetro médio de forma a representar as diversas condições de operação da usina hidrelétrica.

A metodologia prevê, basicamente, a determinação de um despacho ótimo de unidades geradoras, sendo necessário para tanto, solução de um problema de programação matemática não linear inteiro misto.

Os dados essenciais para os cálculos, além dos que já são utilizados pelos modelos com base mensal, são: curva colina da turbina, rendimento médio do gerador, já incluídas as perdas mecânicas nos mancais, rendimento máximo das turbinas, vazão mínima turbinável e equação de perdas hidráulicas no circuito de geração.

Para os casos em que curva colina não está disponível é apresentada uma metodologia alternativa de cálculo de perda hidráulica média.

**Esta revisão incorpora o número de unidades despachadas na equação de perdas hidráulicas, corrige a equação de cálculo de perdas hidráulicas médias sem curva colina. Adicionalmente detalha a extensão da metodologia para dois conjuntos de máquinas.**

---

<sup>1</sup> Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Equivalentes, desenvolvido pelo Centro de Pesquisas em Energia Elétrica – Cepel.

<sup>2</sup> Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas, desenvolvido pela Eletrobras.

## SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO.....</b>	<b>v</b>
<b>1. Introdução .....</b>	<b>8</b>
<b>2. Dados Básicos.....</b>	<b>10</b>
2.1. Curva Colina da Turbina .....	10
2.2. Aceleração da Gravidade e Massa Específica da Água .....	11
2.3. Rendimento Médio do Gerador .....	11
2.4. Rendimento Máximo da Turbina .....	11
2.5. Equação de Perda Hidráulica no Circuito de Geração.....	11
2.6. Vazão mínima turbinável.....	12
<b>3. Rendimento Médio do Conjunto Turbina-Gerador .....</b>	<b>12</b>
3.1. Representação da Curva Colina de Rendimentos da Turbina .....	12
3.2. Limites operativos da Turbina.....	13
3.3. Determinação do Despacho Unitário Ótimo.....	14
3.3.1. Operação não contínua da UHE .....	14
3.3.2. Modelagem do Problema de Programação Não Linear .....	15
3.3.3. Modelagem do Problema para dois Conjuntos de Máquinas.....	17
<b>4. Perda Hidráulica Média .....</b>	<b>20</b>
4.1. Cálculo com a Curva colina da Turbina .....	20
4.2. Cálculo sem a Curva colina da Turbina .....	21
<b>5. Conclusão .....</b>	<b>22</b>
<b>6. Referências Bibliográficas.....</b>	<b>22</b>

## ÍNDICE DE TABELAS

<i>Tabela 1 – Modelo de Tabela de Limites Operativos das Turbinas.....</i>	<i>14</i>
--	-----------

## ÍNDICE DE EQUAÇÕES

<i>Equação 1 – Perda Hidráulica no circuito de geração.....</i>	<i>11</i>
<i>Equação 2 – Rendimento médio do conjunto turbina-gerador.....</i>	<i>12</i>
<i>Equação 3 – Curva Colina – Representação por Polinômio do 2º grau.....</i>	<i>13</i>
<i>Equação 4 – Erro médio quadrático ponderado.....</i>	<i>13</i>
<i>Equação 5 – Ajuste polinomial – Método dos Mínimos Quadrados.....</i>	<i>13</i>
<i>Equação 6 – Problema de turbinamento ótimo.....</i>	<i>15</i>
<i>Equação 7 – Solução do Problema de despacho ótimo de unidades.....</i>	<i>16</i>
<i>Equação 8 – Rendimento médio da turbina ponderado pela energia.....</i>	<i>16</i>
<i>Equação 9 – Energia média mensal.....</i>	<i>17</i>
<i>Equação 10 – Problema de turbinamento ótimo para 2 conjuntos.....</i>	<i>17</i>
<i>Equação 11 – Solução do Problema de despacho ótimo de unidades – 2 conjuntos.....</i>	<i>18</i>
<i>Equação 12 – Rendimento ótimo global dos conjuntos turbina-gerador.....</i>	<i>19</i>
<i>Equação 13 – Rendimento médio global ponderado pela energia.....</i>	<i>19</i>
<i>Equação 14 – Energia média mensal.....</i>	<i>19</i>
<i>Equação 15 – Perda Hidráulica média ponderada pela energia – com curva colina.....</i>	<i>20</i>
<i>Equação 16 – Perda Hidráulica média ponderada pela energia – 2 conjuntos.....</i>	<i>20</i>
<i>Equação 17 – Perda Hidráulica média ponderada pela energia – sem curva colina.....</i>	<i>21</i>
<i>Equação 18 – Vazão turbinada unitária – sem curva colina.....</i>	<i>21</i>

## 1. Introdução

Os modelos energéticos NEWAVE e MSUI são utilizados oficialmente para Cálculo de Garantia Física de Energia, Revisão Extraordinária de Montantes de Garantia Física de UHE e no Plano Decenal de Expansão de Energia. Estes modelos adotam valores constantes para o rendimento do conjunto turbina-gerador e perda hidráulica, independentemente da possível condição de operação de uma usina hidrelétrica (UHE) [1, 2, 4].

O rendimento e a perda hidráulica são fortemente dependentes das variáveis: queda líquida e/ou vazão turbinada unitária. Uma vez que os modelos energéticos utilizados não representam esta dependência, é importante considerá-la na escolha das constantes adotadas nos referidos modelos.

De forma a contribuir para a isonomia e transparência dos processos de cálculo e revisão de montantes de garantia física de usinas hidrelétricas, a EPE propõe uma metodologia de cálculo dos referidos parâmetros energéticos, representativa e genérica o suficiente para abranger a grande maioria das usinas do SIN.

A metodologia apresentada prevê a determinação do despacho ótimo das turbinas para situações baseadas na simulação do sistema de referência com o modelo MSUI utilizando séries de vazões afluentes médias mensais. O problema do despacho é inteiro misto não linear e optou-se efetuar os cálculos por uma Pasta de Trabalho no formato Microsoft Excel 2010 para Windows.

Além dos dados utilizados nos modelos NEWAVE e MSUI, a metodologia proposta requer uma tabela de pontos extraídos da curva colina da turbina, do rendimento médio do gerador, já incluídas as perdas mecânicas nos mancais, do rendimento máximo das turbinas, da vazão mínima turbinável e da equação de perdas hidráulicas no circuito de adução.

Adicionalmente, sugere-se adotar, se possível, os valores de aceleração da gravidade e massa específica da água utilizados na determinação da curva colina de rendimentos. A partir da tabela com os pontos operacionais da turbina é possível também validar a queda de referência adotada nos estudos energéticos.

Ao final é apresentada uma metodologia alternativa de cálculo de perda hidráulica média quando a curva colina da turbina não está disponível.

Ao longo da aplicação da metodologia preconizada nas revisões anteriores da presente Nota

Técnicas foram identificadas especificidades recorrentes em projetos de UHE, das quais se julga necessário serem incorporadas à metodologia. A presente revisão justifica e apresenta estas incorporações ao longo da descrição metodológica.

## 2. Dados Básicos

### 2.1. Curva Colina da Turbina

O rendimento de uma turbina hidráulica é expresso em função da vazão turbinada unitária e da queda líquida à qual a máquina é submetida. Esta função é representada sob a forma de uma curva, denominada curva colina. Usualmente, a curva colina também é apresentada em formato de tabela, de tal forma que alguns pontos de queda líquida e vazão turbinada são escolhidos e o rendimento correspondente a esse par é extraído da curva.

A presente metodologia utiliza os dados da tabela e pressupõe que, inicialmente, sejam escolhidos valores de queda líquida que compreendam da **mínima à máxima queda líquida** permitida para operação da máquina. É necessário que para cada valor de queda líquida escolhido, sejam apresentados pontos que compreendam da **mínima à máxima vazão turbinada** permitida para a operação da turbina na correspondente queda.

De acordo com as Instruções para Estudos de Viabilidade da Eletrobrás, edição 1997, o parâmetro queda de referência é definido da seguinte maneira:

“Para a Queda de Referência, que se entende como sendo aquela para a qual a turbina, com abertura total do distribuidor fornece a potência nominal do gerador, ...”

De forma a validar a queda de referência utilizada nos estudos energéticos, é necessário incorporar à tabela de dados extraídos da curva colina, o percentual de abertura do distribuidor e abranger, nos valores de quedas escolhidos, a queda de referência da turbina.

Em síntese, as variáveis para a tabela de dados da curva colina são:

- Potência mecânica disponível no eixo da turbina (MW);
- Rendimento da turbina (%);
- Vazão turbinada ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- Percentual de abertura do distribuidor<sup>3</sup> (%).

---

<sup>3</sup> Necessário para validação da queda de referência da turbina utilizada nos estudos energéticos.

## 2.2. Aceleração da Gravidade e Massa Específica da Água

Uma vez que as turbinas são representadas detalhadamente, sugere-se adotar, nos cálculos, os valores de aceleração da gravidade e massa específica da água utilizados na determinação da curva colina da turbina. Na falta destes, considerar os valores de  $9,81 \text{ m/s}^2$  e  $1.000 \text{ kg/m}^3$ , respectivamente.

## 2.3. Rendimento Médio do Gerador

O rendimento do gerador elétrico pode ser adotado constante para qualquer condição de operação [3]. Admite-se que as perdas mecânicas nos mancais estejam incorporadas no rendimento do gerador.

## 2.4. Rendimento Máximo da Turbina

De maneira conservadora, optou-se, no cálculo do rendimento médio ponderado, por limitar o valor de rendimento da turbina obtido a partir do polinômio que representa a curva colina da turbina. O limite adotado é o rendimento máximo, obtido da própria curva colina ou do relatório de *Index Test* do equipamento.

## 2.5. Equação de Perda Hidráulica no Circuito de Geração

A perda hidráulica no circuito de geração (em metros) é expressa em função da vazão turbinada unitária, da vazão defluente e do número de unidades despachadas:

### Equação 1 – Perda Hidráulica no circuito de geração

$$\Delta h = f(q_u, q_{defl}, i)$$

Sendo

$\Delta h$ : perda hidráulica no circuito de geração (m);

$q_u$ : vazão turbinada unitária ( $\text{m}^3/\text{s}$ );

$q_{defl}$ : vazão defluente ( $\text{m}^3/\text{s}$ );

$i$ : número de unidades despachadas;

$f(q_u, defl, i^*)$ : função de perda hidráulica, que relaciona as perdas hidráulicas com a vazão turbinada unitária, vazão defluente e o número de unidades despachadas.

Ao longo da aplicação da metodologia presente na publicação original desta Nota Técnica, verificou-se a necessidade de representar a função de perda hidráulica genericamente, possibilitando assim qualquer método de ajuste como: polinomial, exponencial e inclusive via função definida por sentenças.

## 2.6. Vazão mínima turbinável

Frequentemente as curvas colina apresentam pontos em que o fabricante restringe a operação por um determinado número de horas por ano. Para usar a representação polinomial da curva colina é importante que estes pontos façam parte da amostra. No entanto, de forma a evitar que o processo de otimização encontre soluções inviáveis ou arriscadas do ponto de vista da operação da UHE, optou-se por inserir um limite inferior de vazão turbinável que garanta a operação ininterrupta de pelo menos uma turbina hidráulica.

Ressalta-se que a presente metodologia estabelece um procedimento de determinação dos limites operativos a partir da tabela da curva-colina e da queda disponível no período. Este procedimento é descrito adiante e o valor obtido é comparado com a vazão mínima turbinável descrita no presente item, sendo finalmente considerado o maior valor entre os dois.

## 3. Rendimento Médio do Conjunto Turbina-Gerador

Os modelos NEWAVE e MSUI utilizam um valor médio de rendimento do conjunto turbina-gerador para cada usina [1, 2, 4]. Uma vez que as máquinas trabalham acopladas, o rendimento do conjunto será o produto do rendimento de cada uma. O valor utilizado deverá ser o mais representativo possível das condições de operação da usina. Uma forma usual de se determinar este valor é o rendimento médio ponderado pela energia gerada em todo histórico de simulação [3]. Sendo expressa pela seguinte equação:

**Equação 2 – Rendimento médio do conjunto turbina-gerador**

$$\eta_{med} = \frac{\sum_{m=1}^{nper} E_m \times \eta_g \times \eta_t(h_m, q_m^*)}{\sum_{m=1}^{nper} E_m}$$

Sendo

$\eta_{med}$ : rendimento médio ponderado do conjunto turbina-gerador (%);

$E_m$ : energia média mensal (MWmed) dada pela Equação 9;

$\eta_g$ : rendimento médio do gerador (%);

$\eta_t$ : função que relaciona o rendimento da turbina com queda líquida e vazão turbinada unitária;

$h_m$ : queda líquida disponível no período (m);

$q_m^*$ : vazão turbinada unitária ótima determinada para cada período (m<sup>3</sup>/s);

$nper$ : número de períodos da simulação MSUI.

### 3.1. Representação da Curva Colina de Rendimentos da Turbina

A curva colina pode ser representada analiticamente por um polinômio do segundo grau em função da vazão e da queda líquida [4]. A expressão genérica deste polinômio é apresentada

abaixo:

### **Equação 3 – Curva Colina – Representação por Polinômio do 2º grau**

$$\eta_t(h, q) = a_{02}q^2 + a_{20}h^2 + a_{11}qh + a_{01}q + a_{10}h + a_{00}$$

O ajuste do polinômio pode ser resolvido a partir da minimização do erro médio quadrático dos pontos retirados da curva colina [4], sendo este erro definido como:

### **Equação 4 – Erro médio quadrático ponderado**

$$E(a) = \frac{\sum_{j=1}^N \sigma_j (\eta_j - a^T x_j)^2}{\sum_{j=1}^N \sigma_j}$$

Sendo

$E(a)$ : erro médio quadrático ponderado;

$a$ : vetor de componentes  $[a_{00}, a_{10}, a_{01}, a_{11}, a_{20}, a_{02}]$ ;

$j$ : índice de ponto da curva colina;

$\sigma_j$ : peso atribuído ao ponto  $j$ ;

$\eta_j$ : rendimento da turbina extraído da curva colina;

$x_j$ : vetor de componentes  $[1, h_j, q_j, q_j h_j, h_j^2, q_j^2]$ ;

$N$ : número de pontos considerados da curva colina;

Dada a premissa utilizada para se obter a tabela da curva colina, adotou-se peso unitário para toda amostra [4]. Desta forma, o ajuste do polinômio pelo método dos mínimos quadrados é dado por [5]:

### **Equação 5 – Ajuste polinomial – Método dos Mínimos Quadrados**

$$a = (X^t X)^{-1} X^t y$$

Sendo

$a$ : vetor de componentes  $[a_{00}, a_{10}, a_{01}, a_{11}, a_{20}, a_{02}]$ ;

$X$ : matriz de vetores-coluna  $[x_1, \dots, x_N]$ ;

$y$ : vetor de componentes  $[\eta_1, \dots, \eta_N]$ ;

$N$ : número de pontos considerados da curva colina.

## **3.2. Limites operativos da Turbina**

Os limites operativos da turbina são os valores máximos e mínimos de potência e vazão turbinada para a queda líquida à qual a máquina é submetida. Desta forma, estes limites são definidos em função apenas da queda líquida.

A partir da tabela de pontos da curva colina extraem-se para cada valor de queda líquida escolhido, seus valores máximos e mínimos de turbinamento e potência. Desta forma, obtém-se uma tabela no seguinte formato:

**Tabela 1 – Modelo de Tabela de Limites Operativos das Turbinas**

H (m)	Q <sub>min</sub> (m <sup>3</sup> /s)	P <sub>min</sub> (MW)	Q <sub>max</sub> (m <sup>3</sup> /s)	P <sub>max</sub> (MW)
$h_j$	$q_{min_j}$	$p_{min_j}$	$q_{max_j}$	$p_{max_j}$

Sendo

$j \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq j \leq nd$

$h_j$ : queda líquida;

$q_{min_j}$ : vazão mínima turbinável correspondente à queda líquida  $h_j$ ;

$p_{min_j}$ : potência mínima correspondente à queda líquida  $h_j$ ;

$q_{max_j}$ : vazão máxima turbinável correspondente à queda líquida  $h_j$ ;

$p_{max_j}$ : potência máxima correspondente à queda líquida  $h_j$ ;

nd: número de valores distintos de queda líquida da tabela da curva de colina.

Os limites operativos para qualquer valor de queda são obtidos mediante interpolação linear dos valores da Tabela 1. Em síntese, para obter os limites operativos para uma determinada queda, utiliza-se a interpolação linear entre os valores referentes às duas quedas mais próxima (superior e inferior) à queda em questão.

Caso a queda que se deseja avaliar seja superior à máxima queda da Tabela 1, adotar-se-ão os limites da máxima queda da Tabela 1. De maneira análoga, determinam-se os limites para quedas inferiores à menor queda da Tabela 1. Esta premissa é aceitável, tendo em vista que na operação diária a usina dispõe de manobras para garantir o funcionamento de suas turbinas, manobras essas não captadas em modelos com discretização mensal.

A potência máxima mecânica na saída da turbina não poderá ser superior à razão da potência nominal do gerador por seu rendimento nominal.

### 3.3. Determinação do Despacho Unitário Ótimo

#### 3.3.1. Operação não contínua da UHE

Ao longo do processo de cálculo dos parâmetros energéticos médios de determinadas usinas, deparou-se com a situação de ocorrência de vazões afluentes inferiores ao limite mínimo operacional de uma turbina. Nestes casos, não foi possível encontrar uma solução viável para o problema de programação proposto originalmente.

De forma a possibilitar o emprego desta metodologia para estas usinas, foi necessário efetuar uma adequação baseada em uma operação não contínua da UHE.

A operação não contínua se resume em prever que a usina hidrelétrica usa o volume útil de seu reservatório de regularização diária, apresentando geração nula em alguns momentos do

dia, semana ou mês e desta forma que armazene a vazão afluyente para, em outros momentos do dia/semana/mês, operar pelo menos uma de suas unidades geradoras.

A regra de operação implementada objetiva minimizar o tempo de indisponibilidade das unidades geradoras. Em síntese, divide-se o período em duas partes, uma com geração nula e outra com geração correspondente à vazão mínima turbinável.

### 3.3.2. Modelagem do Problema de Programação Não Linear

As informações necessárias ao problema de despacho unitário são: queda líquida disponível e vazão total disponível para turbinamento (vazão defluente total<sup>4</sup>). Ambas as variáveis em valores médios mensais, originárias de simulação com o modelo MSUI.

Para cada valor de queda líquida do histórico de simulação, obtêm-se, da forma descrita anteriormente, os limites operativos da turbina. Em seguida, utilizando o polinômio que representa a curva colina e os limites operativos, determina-se o despacho ótimo de unidades.

O turbinamento ótimo para o mês em questão é aquele capaz de gerar a máxima potência total na usina. Este problema pode ser escrito da seguinte forma:

#### Equação 6 – Problema de turbinamento ótimo

$$\text{se } q_{defl_m} < \underline{q_m}$$

$$i_m^* = 1$$

$$q_{m,i_m^*}^* = \underline{q_m}$$

$$\text{senão: } Ptot_{m,i}^*(q_{m,i}^*) = \text{Max } Ptot_{m,i}(q_{m,i})$$

$$Ptot_{m,i}(q_{m,i}) = i \times \eta_t(h_m, q_{m,i}) \times q_{m,i} \times h_m \times \rho \times g$$

s. a.

$$\underline{q_m} \leq q_{m,i} \leq \overline{q_m} ; Ptot_m \leq Ptot_{m,i} \leq \overline{Ptot_m}$$

$$i \times q_{m,i} \leq q_{defl_m}$$

$$i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

<sup>4</sup> A vazão defluente total é apresentada no relatório detalhado de saída da UHE da simulação com o modelo MSUI. Esta vazão considera as variáveis: usos consuntivos, vazões remanescentes, evaporação e deplecionamento dos reservatórios a montante e do próprio reservatório da UHE. Ressalta-se a escolha da vazão defluente média total em detrimento da vazão turbinada média dada pelo MSUI. Nesta última já foram aplicados os índices TEIF e IP, e no despacho ótimo pretende-se encontrar a operação predominante para o período em questão, ou seja, sem considerar as indisponibilidades.

Sendo

$q_{defl,m}$ : vazão defluente total ( $m^3/s$ ) no período  $m$ , originária da execução do modelo MSUI;

$\underline{q}_m$  e  $\overline{q}_m$ : limites inferior e superior, respectivamente, de vazão turbinável unitária para o período  $m$ ;

$q_{m,i}$ : vazão turbinada unitária ( $m^3/s$ ) para o período  $m$  e número de unidades  $i$ ;

$P_{tot,m,i}$ : potência total (MW) para o período  $m$  e número de unidades  $i$ ;

$\eta_t$ : polinômio que determina o rendimento da turbina (%) para o par  $(h_m, q_{m,i})$ ;

$\underline{P}_{tot,m}$  e  $\overline{P}_{tot,m}$ : limites inferior e superior, respectivamente, de potência total para o período  $m$ ;

$h_m$ : queda líquida média (m) no período  $m$ , originária da execução do modelo MSUI;

$\rho$ : massa específica da água ( $kg/m^3$ );

$g$ : aceleração da gravidade ( $m/s^2$ );

$i$ : número de unidades despachadas;

$n$ : número total de unidades geradoras da usina.

$i_m^*$ : número ótimo de unidades despachadas para o período  $m$ ;

$q_{m,i_m^*}^*$ : vazão turbinada unitária ótima para o período  $m$  e número ótimo de unidades despachadas;

$P_{tot,m,i}^*$ : potência total ótima (MW) para o período  $m$  e número de unidades  $i$ ;

O problema apresentado é inteiro misto não linear e optou-se por resolvê-lo via enumeração explícita, ou seja, enumeram-se todas as hipóteses de unidades despachadas e resolve-se o problema não linear para cada hipótese<sup>5</sup>.

A solução ótima do problema inteiro misto determina um número ótimo de unidades despachadas para cada período,  $i_m^*$ , a este número de unidades ótimo é associado um par ótimo de potência e vazão turbinada,  $P_{tot,m,i_m^*}^*(q_{m,i_m^*}^*)$ . A enumeração explícita define o despacho ótimo em cada período assim:

#### Equação 7 – Solução do Problema de despacho ótimo de unidades

se  $q_{defl,m} > \underline{q}_m$

$$P_{tot,m,i_m^*}^*(q_{m,i_m^*}^*) = \text{Max} \left( P_{tot,m,1}^*(q_{m,1}^*), \dots, P_{tot,m,n}^*(q_{m,n}^*) \right)$$

senão

$$P_{tot,m,i_m^*}^*(q_{m,i_m^*}^*) = \eta_t \left( h_m, \underline{q}_m \right) \times \underline{q}_m \times h_m \times \rho \times g$$

A partir do despacho ótimo para cada período determina-se o rendimento médio ponderado da turbina:

#### Equação 8 – Rendimento médio da turbina ponderado pela energia

$$\eta_{tmed} = \frac{\sum_{m=1}^{nper} E_m \times \text{Min}(\eta_t(h_m, q_{m,i_m^*}^*), \eta_{tmax})}{\sum_{m=1}^{nper} E_m}$$

Sendo

$\eta_{tmed}$ : rendimento médio da turbina ponderado pela energia (%);

$\eta_t(h_m, q_{m,i_m^*}^*)$ : rendimento da turbina (%) obtido pelo polinômio para o par  $(h_m, q_{m,i_m^*}^*)$ ;

<sup>5</sup> O problema não-linear é resolvido pelo método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG2), disponível no Suplemento *Solver* do Microsoft Excel 2010. Nas situações em que o método não é capaz de encontrar uma solução viável, adota-se a solução nula, ou seja, vazão turbinada e potência gerada nulas.

$h_m$ : queda líquida média (m) no período m, originária da execução do modelo MSUI;  
 $q_{m,i_m}^*$ : vazão turbinada unitária ótima ( $m^3/s$ ) para o período m e número de unidades  $i_m^*$ ;  
 $\eta_{tmax}$ : rendimento máximo da turbina (%);  
 $n_{per}$ : número de períodos da simulação;  
 $E_m$ : energia média mensal (MWmed) dada pela equação 9.

#### Equação 9 – Energia média mensal

$$E_m = \text{Min}(P_{Inst} \times (1 - TEIF) \times (1 - IP), P_{tot_{m,i_m}^*})$$

Sendo

$P_{Inst}$ : Potência Instalada Total da usina (MW)

$TEIF$ : Taxa Efetiva de Indisponibilidade Forçada (pu)

$IP$ : Indisponibilidade Programada (pu)

Ressalta-se que os índices TEIF e IP foram aplicados para o cálculo da energia média mensal, pois sua aplicação é condizente com resultados médios mensais da simulação.

Uma vez determinado um novo valor de rendimento médio ponderado do conjunto, executa-se o modelo MSUI e recalcula-se o rendimento médio ponderado do conjunto através da metodologia apresentada. O processo é repetido até a convergência do valor [3].

### 3.3.3. Modelagem do Problema para dois Conjuntos de Máquinas

Quando a usina possui dois conjuntos de máquinas distintos o despacho ótimo de unidades é formulado como a máxima produção energética de ambos os conjuntos ao mesmo tempo. Ressalta-se que estes conjuntos podem ter características técnicas totalmente distintas, tornando necessária, inclusive ajuste do polinômio das curvas colina separadamente. O modelo é formulado a seguir:

#### Equação 10 – Problema de turbinamento ótimo para 2 conjuntos

$$\text{se } (q_{defl_m} < \underline{q1_m}) \text{ e } (q_{defl_m} < \underline{q2_m})$$

$$\text{se } (\underline{q2_m} < \underline{q1_m})$$

$$i2_m^* = 1$$

$$i1_m^* = 0$$

$$q2_{m,i2_m}^* = \underline{q2_m}$$

$$\text{senão: } i2_m^* = 0$$

$$i1_m^* = 1$$

$$q1_{m,i1_m}^* = \underline{q1_m}$$

senão:

$$\begin{aligned}
 P_{tot_{m,i1,i2}}^*(q_{1_{m,i1}}^*, q_{2_{m,i2}}^*) &= \text{Max } P_{tot_{m,i1,i2}}(q_{1_{m,i1}}, q_{2_{m,i2}}) \\
 P_{tot_{m,i1,i2}}(q_{1_{m,i1}}, q_{2_{m,i2}}) &= [i1 \times \eta_{1_t}(h_m, q_{1_{m,i1}}) \times q_{1_{m,i1}} \times \eta_{1_g} \\
 &+ i2 \times \eta_{2_t}(h_m, q_{2_{m,i2}}) \times q_{2_{m,i2}} \times \eta_{2_g}] \times h_m \times \rho \times g
 \end{aligned}$$

s. a.

$$\underline{q1_m} \leq q_{1_{m,i1}} \leq \overline{q1_m} ; \underline{q2_m} \leq q_{2_{m,i2}} \leq \overline{q2_m}; \underline{P_{tot_m}} \leq P_{tot_{m,i}} \leq \overline{P_{tot_m}}$$

$$i1 \times q_{m,i1} + i2 \times q_{m,i2} \leq q_{defl_m}$$

$$i1 \in \{0, \dots, n1\}$$

$$i2 \in \{0, \dots, n2\}$$

Sendo:

$q_{defl_m}$ : vazão defluente total (m<sup>3</sup>/s) no período m, originária da execução do modelo MSUI;  
 $\underline{q1_m}$  e  $\overline{q1_m}$ ,  $\underline{q2_m}$  e  $\overline{q2_m}$ : limites inferior e superior, das turbinas dos conjuntos 1 e 2, respectivamente, de vazão turbinável unitária para o período m;  
 $q_{1_{m,i1}}, q_{2_{m,i2}}$ : vazão turbinada unitária (m<sup>3</sup>/s) para o período m e número de unidades i1 e i2 para cada conjunto;  
 $P_{tot_{m,i1,i2}}$ : potência total (MW) para o período m e número de unidades i1 e i2;  
 $\eta_{1_t}$  e  $\eta_{2_t}$ : polinômios que determinam o rendimento de cada turbina (%) para os pares  $(h_m, q_{1_{m,i1}})$  e  $(h_m, q_{2_{m,i2}})$ ;  
 $i1$  e  $i2$ : número de unidades despachadas, para cada conjunto;  
 $n1$  e  $n2$ : número total de unidades geradoras de cada conjunto.

A solução ótima do problema inteiro misto determina os números ótimos de unidades despachadas de cada conjunto para cada período,  $i1_m^*$  e  $i2_m^*$ , a estes números de unidades ótimas associam-se valores ótimos de potência e vazões turbinadas,  $P_{tot_{m,i1^*,i2^*}}^*(q_{1_{m,i1^*}}^*, q_{2_{m,i2^*}}^*)$ . Para 2 conjuntos de máquinas a enumeração explícita deve considerar todas as possíveis combinações de número de unidades em operação e desta forma o despacho ótimo em cada período é definido assim:

#### Equação 11 – Solução do Problema de despacho ótimo de unidades – 2 conjuntos

$$\text{se } (q_{defl_m} < \underline{q1_m}) \text{ e } (q_{defl_m} < \underline{q2_m})$$

$$\text{se } (\underline{q2_m} < \underline{q1_m})$$

$$Ptot_{m,i1_m^*,i2_m^*}^*(q1_{m,i1_m^*}^*, q2_{m,i2_m^*}^*) = \eta_{2g} \times \eta_{2t} (h_m, \underline{q2_m}) \times \underline{q2_m} \times h_m \times \rho \times g$$

senão

$$Ptot_{m,i1_m^*,i2_m^*}^*(q1_{m,i1_m^*}^*, q2_{m,i2_m^*}^*) = \eta_{1g} \times \eta_{1t} (h_m, \underline{q1_m}) \times \underline{q1_m} \times h_m \times \rho \times g$$

senão

$$\begin{aligned}
 & Ptot_{m,i1_m^*,i2_m^*}^*(q1_{m,i1_m^*}^*, q2_{m,i2_m^*}^*) \\
 & = \text{Max}(Ptot_{m,0,0}^*(q1_{m,0}^*, q2_{m,0}^*), \dots, Ptot_{m,n1,0}^*(q1_{m,n1}^*, q2_{m,0}^*), Ptot_{m,0,1}^*(q1_{m,0}^*, q2_{m,1}^*), \\
 & \dots, Ptot_{m,n1,1}^*(q1_{m,n1}^*, q2_{m,1}^*), \dots, Ptot_{m,0,n2}^*(q1_{m,0}^*, q2_{m,n2}^*), Ptot_{m,n1,n2}^*(q1_{m,n1}^*, q2_{m,n2}^*))
 \end{aligned}$$

Quando a usina apresenta dois conjuntos distintos, o rendimento ótimo médio global dos conjuntos turbina-gerador para o mês em questão é definido a seguir:

#### Equação 12 – Rendimento ótimo global dos conjuntos turbina-gerador

$$\eta_{tg_m}^* = \frac{Ptot_{m,i1_m^*,i2_m^*}^*(q1_{m,i1_m^*}^*, q2_{m,i2_m^*}^*)}{(i1_m^* \times q1_{m,i1_m^*}^* + i2_m^* \times q2_{m,i2_m^*}^*) \times h_m \times \rho \times g}$$

Finalmente, define-se o rendimento médio global do conjunto turbina gerador ponderado pela energia:

#### Equação 13 – Rendimento médio global ponderado pela energia

$$\eta_{tgmed} = \frac{\sum_{m=1}^{nper} E_m \times \eta_{tg_m}^*}{\sum_{m=1}^{nper} E_m}$$

Sendo

$nper$ : número de períodos da simulação;

$E_m$ : energia média mensal (MWmed) dada pela equação 14.

#### Equação 14 – Energia média mensal

$$E_m = \text{Min}(PInst \times (1 - TEIF) \times (1 - IP), Ptot_{m,i1_m^*,i2_m^*}^*)$$

Sendo

$TEIF$ : Taxa Efetiva de Indisponibilidade Forçada (pu)

$IP$ : Indisponibilidade Programada (pu)

$PInst$ : Potência Instalada Total da usina (MW)

Uma vez determinado um novo valor de rendimento médio ponderado do conjunto, executa-se o modelo MSUI e recalcula-se o rendimento médio ponderado do conjunto através da metodologia apresentada. O processo é repetido até a convergência do valor [3].

Ressalta-se que os índices TEIF e IP foram aplicados para o cálculo da energia média

mensal, pois sua aplicação condiz com os resultados médios mensais da simulação.

## 4. Perda Hidráulica Média

### 4.1. Cálculo com a Curva colina da Turbina

Os modelos utilizados para estudos energéticos com discretização mensal utilizam um valor constante para este parâmetro. Este valor deve refletir as condições de perda ao longo de uma simulação detalhada para a qual as turbinas estarão sujeitas a variadas condições de vazão. Desta forma, o valor de perda escolhido é dado pela média das perdas hidráulicas ponderada pela energia gerada ao longo do histórico de simulação:

**Equação 15 - Perda Hidráulica média ponderada pela energia – com curva colina**

$$\Delta h_{med} = \frac{\sum_{m=1}^{nper} f(q_{m,i_m}^*, q_{defl_m}, i_m^*) E_m}{\sum_{m=1}^{nper} E_m}$$

Sendo

$\Delta h_{med}$ : perda hidráulica média (m) ponderada pela energia;

$f(q_{m,i_m}^*, q_{defl_m}, i_m^*)$ : função de perda hidráulica, que relaciona as perdas hidráulicas com a vazão turbinada unitária, vazão defluente e o número ótimo de unidades despachadas.

A vazão turbinada unitária e o número de unidades despachadas correspondem ao que foi determinado pelo despacho ótimo do cálculo do rendimento médio ponderado.

Quando a usina apresenta dois conjuntos de máquinas distintos, a função de perda hidráulica deve receber como parâmetro a vazão turbinada unitária de cada conjunto, bem como, o despacho unitário de cada conjunto. Desta forma a perda hidráulica média é definida assim:

**Equação 16 - Perda Hidráulica média ponderada pela energia – 2 conjuntos**

$$\Delta h_{med} = \frac{\sum_{m=1}^{nper} f(q_{1_m,i_{1_m}}^*, q_{2_m,i_{2_m}}^*, q_{defl_m}, i_{1_m}^*, i_{2_m}^*) E_m}{\sum_{m=1}^{nper} E_m}$$

Sendo

$\Delta h_{med}$ : perda hidráulica média (m) ponderada pela energia;

$f(q_{1_m,i_{1_m}}^*, q_{2_m,i_{2_m}}^*, q_{defl_m}, i_{1_m}^*, i_{2_m}^*)$ : função de perda hidráulica, que relaciona as perdas hidráulicas com as vazões turbinadas unitárias, com a vazão defluente e os números ótimos de unidades despachadas, de cada conjunto.

De forma análoga ao cálculo do rendimento médio, uma vez determinado um novo valor de

perda hidráulica média ponderada, executa-se novamente o modelo MSUI e recalcula-se o valor de perda hidráulica média ponderada a partir da metodologia apresentada. O processo se repete até a convergência do valor.

#### 4.2. Cálculo sem a Curva colina da Turbina

Em situações em que não se dispõe da curva colina da turbina optou-se por determinar a perda hidráulica no circuito de geração de maneira simplificada, utilizando apenas dados disponíveis com o modelo MSUI.

Uma vez que a curva colina não está disponível, é necessário adotar uma premissa de despacho das unidades sem considerar a maximização da produção energética da usina. O despacho mais conservador possível para o cálculo da perda hidráulica é aquele que considera que se opte por despachar o menor número de unidades possível. Esta premissa maximiza os valores de vazão turbinada unitária e consequentemente maximiza a perda hidráulica.

Esta premissa de despacho, apesar de ser a mais conservadora, é razoavelmente realista. Em geral, regras de despacho que maximizam geração tendem a operar as unidades geradoras próximas ao máximo.

O cálculo da perda hidráulica média ponderada pela energia utilizando a premissa de despacho simplificado é definido assim:

##### **Equação 17 – Perda Hidráulica média ponderada pela energia – sem curva colina**

$$\Delta h_{med} = \frac{\sum_{m=1}^{nper} Pe_m \times f(qu_m, \text{Mín}(qdefl_m, \overline{qtot}_m))}{\sum_{m=1}^{nper} Pe_m}$$

Sendo

$Pe_m$ : produção energética média (MWmed) disponível no relatório de saída da usina na simulação MSUI.

$f(qu_m, \text{Mín}(qdefl_m, \overline{qtot}_m))$ : função de perda hidráulica, que relaciona as perdas hidráulicas com as vazões turbinadas unitária e total;

$qdefl_m$ : vazão defluente total (m<sup>3</sup>/s) no período m, originária da execução do modelo MSUI;

$\overline{qtot}_m$ : engolimento total máximo (m<sup>3</sup>/s) no período m disponível no relatório de saída da usina na simulação MSUI;

$qu_m$ : estimativa simplificada de vazão turbinada unitária (m<sup>3</sup>/s) dada pela equação abaixo:

##### **Equação 18 – Vazão turbinada unitária – sem curva colina**

$$qu_m = \frac{\text{Mín}(qdefl_m, \overline{qtot}_m)}{\left| \frac{\text{Mín}(qdefl_m, \overline{qtot}_m)}{qu_m} \right|}$$

Sendo

$$[x] = \min\{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq x\}$$

$\overline{q_{u_m}}$ : vazão unitária turbinável máxima

Da mesma forma que no procedimento de cálculo das perdas médias com curva colina, optou-se por não adotar a vazão turbinável média, pois esta incorpora os índices TEIF e IP, não representando assim, a operação predominante no período.

Analogamente ao cálculo com a curva de colina, a partir de uma execução original do modelo MSUI obtém-se um valor de perda. Com este novo valor de perda atualizam-se os dados do MSUI e o executa novamente. Este processo é repetido até obter a convergência da perda hidráulica média.

## 5. Conclusão

A presente Nota Técnica apresentou a metodologia de cálculo dos parâmetros energéticos médios: rendimento do conjunto turbina-gerador e perda hidráulica no circuito de geração.

O cálculo dos parâmetros energéticos médios possibilita uma maior isonomia e transparência nas avaliações energéticas feitas pela EPE, principalmente nas revisões extraordinárias de montantes de garantia físicas à luz da Portaria MME 861/2010.

A metodologia descrita considera um ou dois conjuntos de máquinas, entendendo-se por conjuntos como turbinas e geradoras com mesmas características. A metodologia para dois conjuntos é facilmente estendida para diversos conjuntos de máquinas, aumentando o tempo computacional devido ao número de combinações. Entretanto, este aumento não inviabiliza a aplicação da metodologia.

Ressalta-se que na presente revisão o cálculo da perda hidráulica média é descrita em função das vazões turbinadas unitárias e número de unidades despachadas em cada conjunto, bem como a vazão defluente total.

Adicionalmente é apresentada uma metodologia alternativa simplificada para o cálculo da perda hidráulica médias nos casos em que não está disponível a curva colina da turbina.

## 6. Referências Bibliográficas

[1] ELETROBRAS. "Manual de Metodologia do Modelo MSUI" – Rio de Janeiro, 2009.

- [2] CEPEL. "Projeto Newave – Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Equivalentes – Manual do Usuário" – Rio de Janeiro, 2010.
- [3] E. I. B. Ang, J. R. Teixeira F<sup>o</sup>, J. C. Negri, P. G. Maimone, S. N. Barillari, "Determinação do Rendimento Médio Operacional de Turbinas de Usinas Hidrelétricas", XVII SNPTEE - GPL, Uberlândia, Minas Gerais, Outubro 2003.
- [4] A. L. Diniz, P. P. I. Esteves, C. Sagastizábal, "A Mathematical Model for the Efficiency Curves of Hydroelectric units", IEEE PES General Meeting, Tampa, FL, June 2007.
- [5] A. A. R. Coelho, L. S. Coelho. "Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares", 1<sup>a</sup> Ed., Florianópolis: Editora da UFSC, 2004.